

Ragam Permasalahan dalam Pembelajaran Operasi Hitung Bilangan Bulat di SD/MI

Oleh:
Khaeroni¹

Abstrak

Masalah yang sering dihadapi dalam pembelajaran matematika adalah kesulitan siswa memahami suatu konsep bukan karena siswa tidak mengerti konsep tersebut tetapi lebih kepada ketidakmampuan siswa menyelesaikan soal yang menggunakan operasi bilangan bulat. Tulisan ini mencoba mendeskripsikan beberapa ragam permasalahan dalam pembelajaran operasi hitung bilangan bulat dan memberikan beberapa upaya alternatif yang dapat dilakukan untuk mengatasi permasalahan tersebut.

Kata kunci: *operasi hitung bilangan bulat, permasalahan*

Pendahuluan

Hampir semua pokok bahasan dalam pengajaran matematika yang dimuat dalam silabus mempunyai hubungan dengan operasi hitung bilangan bulat. Operasi penjumlahan dan pengurangan pada bilangan bulat merupakan bagian yang paling penting dan mendasar dalam matematika sekolah. Sesuai dengan pengalaman di lapangan bahwa tingkat penguasaan operasi hitung bilangan bulat khususnya di Sekolah Dasar (SD) masih sangat rendah. Banyak di antara siswa yang masih bingung dalam mengerjakan operasi hitung bilangan bulat². Terutama ketika operasi tersebut melibatkan bilangan-bilangan negatif. Bahkan konsep negatif dan tak-negatif sendiri masih banyak yang keliru, baik yang dilakukan oleh siswa maupun guru.

Menguatkan fakta tersebut, sering dijumpai juga bahwa terdapat siswa yang tidak tuntas dalam mempelajari materi tertentu bukan karena tidak memahami materi tersebut, melainkan karena tidak atau belum menguasai materi prasyaratnya. Sama halnya dengan operasi hitung bilangan bulat. Hampir semua materi dalam matematika di SD menggunakan operasi hitung bilangan bulat. Oleh karena itu, ketidakuntasan siswa lebih disebabkan oleh ketidakmampuan melakukan operasi hitung bilangan bulat, khususnya bilangan bulat negatif. Hal ini bisa dilihat ketika siswa diberikan dua soal yang berbeda hanya pada bilangannya saja. Satu soal menggunakan bilangan bulat positif dan soal lainnya menggunakan bilangan bulat negatif. Sebagian besar siswa mampu menyelesaikan soal yang menggunakan bilangan bulat positif dan sebagian kecil siswa mampu menyelesaikan soal yang menggunakan bilangan bulat negatif. Inilah fenomena yang terjadi, di satu sisi

materi harus terus dilanjutkan karena adanya target kurikulum yang mengikat dengan alokasi waktu yang telah ditetapkan, tetapi di sisi lain siswa terus-menerus mengalami kegagalan dalam waktu yang tidak terbatas³.

Banyak siswa yang menyenangi matematika hanya pada permulaan mereka berkenalan dengan matematika yang sederhana. Makin tinggi sekolahnya dan makin sukar matematika yang dipelajarinya makin kurang minatnya. Di samping itu, banyak siswa yang setelah belajar matematika bagian yang sederhana pun banyak yang tidak dipahaminya, banyak konsep yang dipahami secara keliru. Matematika dianggap sebagai ilmu yang sukar, ruwet, dan banyak memperdayakan. Seperti halnya pada pembelajaran konsep bilangan di SD.

Pembelajaran mengenai bilangan di SD sudah mulai dikenalkan sejak siswa duduk di kelas I. Bahkan, tidak sedikit siswa yang sudah dikenalkan dengan bilangan beserta beberapa operasi dasarnya sebelum mereka masuk SD. Aktivitas pembelajaran bilangan bulat di SD kelas I (dan sebelum masuk SD), biasanya dilakukan dengan mencacah benda-benda di sekitar, gambar, atau alat peraga pencacah lain seperti lidi, stik es krim, *counter*, dan sebagainya. Kegiatan mencacah ini kemudian diabstrakkan dalam simbol berbentuk angka, dan dikenalkanlah konsep bilangan asli sebagai himpunan hasil pencacahan benda-benda konkret tersebut. Mereka melakukan operasi hitung seperti penjumlahan dan pengurangan dengan melibatkan angka-angka sedemikian sehingga asumsi ketertutupan operasi tersebut pada bilangan asli dipenuhi.

Selanjutnya, mereka dikenalkan dengan bilangan nol (0) sehingga semesta pembicaraan bilangan bukan lagi bilangan asli tapi diperluas menjadi bilangan cacah. Sampai saat ini, siswa tidak menemukan masalah yang berarti dalam melakukan operasi hitung penjumlahan dan pengurangan. Banyak siswa yang menyukai belajar matematika karena sangat dekat dengan kehidupan sehari-hari mereka. Mereka dapat mengetahui banyak suatu benda, menggabungkan benda dengan milik temannya kemudian mencari tahu berapa benda yang dimilikinya sekarang juga jika benda tersebut diberikan beberapa atau sebagiannya kepada orang lain. Sampai pada akhirnya mereka dikenalkan dengan bilangan bulat, terutama bilangan bulat negatif. Konsep-konsep yang ada pada bilangan negatif ternyata banyak yang tidak sesuai dengan kehidupan nyata, tidak dapat lagi dipahami sebagai benda konkret entah itu buah, batu, lidi, atau yang lain. Selain itu, yang menjadi pokok masalah terbesar adalah, pembelajaran operasi hitung pada bilangan bulat yang dilakukan oleh guru di kelas menemui banyak permasalahan seperti inkonsistensi dan miskonsepsi. Kedua hal inilah

yang disinyalir sebagai penyebab mengapa pembelajaran bilangan bulat di SD menemui jalan buntu yang berujung pada ketidakberhasilan siswa dalam mempelajari bilangan bulat, yang notabene merupakan materi prasyarat untuk mempelajari materi yang lain.

Tentunya hal ini menjadi permasalahan yang dapat menghambat keberhasilan belajar matematika secara keseluruhan di setiap level/jenjang. Ketidaktuntasan pada materi prasyarat akan menjadi penghambat bagi siswa dalam mempelajari materi yang lain. Untuk itu, perlu dikenali/identifikasi beberapa kesalahan dan permasalahan yang sering kali muncul dalam pembelajaran operasi hitung bilangan bulat di SD, kemudian mencoba mencari langkah-langkah yang dapat dilakukan untuk mengatasi masalah tersebut.

Hakekat Pembelajaran Matematika SD/MI

Tujuan pendidikan dasar adalah meletakkan dasar kecerdasan, pengetahuan, kepribadian, akhlak mulia, serta keterampilan untuk hidup mandiri dan mengikuti pendidikan lebih lanjut⁴. Salah satu komponen untuk mencapai tujuan tersebut adalah pembelajaran matematika tingkat SD.

Matematika adalah ilmu tentang logika mengenai bentuk susunan, besaran dan konsep-konsep yang saling berhubungan satu sama lainnya dalam jumlahnya terbagi dalam tiga bidang, yaitu aljabar, analisis dan geometri. Matematika merupakan mata pelajaran yang bersifat abstrak sehingga dituntut kemampuan kemampuan guru untuk dapat mengupayakan metode yang tepat sesuai dengan tingkat perkembangan mental siswa. Untuk itu, diperlukan model dan media pembelajaran yang dapat membantu siswa untuk mencapai kompetensi dasar dan indikator pembelajaran⁵.

Belajar matematika merupakan tentang konsep-konsep dan struktur abstrak yang terdapat dalam matematika serta mencari hubungan antara konsep-konsep dan struktur matematika. Belajar matematika harus melalui proses yang bertahap dari konsep yang sederhana ke konsep yang lebih kompleks. Yang dimaksud dengan konsep menurut Dienes (dalam E. T. Ruseffendi) adalah struktur matematika yang terdiri atas tiga macam, yaitu: konsep murni matematika (*pure mathematical concepts*), konsep notasi (*notational concepts*), dan konsep terapan (*applied concepts*)⁶.

Konsep murni matematika berkenaan dengan mengelompokkan bilangan dan hubungan antara bilangan tanpa mempertimbangkan bagaimana bilangan itu disajikan (ditulis). Konsep notasi adalah sifat-sifat bilangan sebagai akibat dari bilangan itu disajikan. Konsep terapan adalah aplikasi konsep murni dan konsep notasi dalam pemecahan soal-

soal matematika dan dalam bidang studi lain yang berhubungan. Konsep (struktur) matematika dapat dipelajari dengan baik bila representasinya dimulai dengan benda-benda konkret yang beraneka ragam.

Pembelajaran matematika yang terjadi selama ini adalah pembelajaran yang hanya menekan pada perolehan hasil dan mengabaikan pada proses sehingga siswa mengalami kesulitan dalam mengerjakan dalam bentuk soal yang lain. Akibat dari pembelajaran yang hanya menekankan hasil adalah hasil yang dicapai tidak tahan lama atau anak akan mudah lupa pada materi pembelajaran yang dilaksanakan oleh guru.

Seorang guru SD/MI atau guru matematika perlu mengetahui beberapa karakteristik pembelajaran matematika di SD. Matematika adalah ilmu yang abstrak dan deduktif, sedangkan yang kita ketahui, siswa SD yang berada pada usia 7 hingga 12 tahun masih berada pada tahap operasional konkret yang belum dapat berpikir formal, sebab berpikir logiknya didasarkan pada manipulasi fisik dari objek-objek⁷. Oleh karena itu, pembelajaran matematika di SD selalu tidak terlepas dari hakikat matematika dan hakikat anak didik di SD.

Kedudukan Bilangan Bulat Dalam Struktur Kurikulum SD/MI

Bilangan bulat yang terdiri atas bilangan asli (bulat positif), nol, dan bilangan negatif atau yang jika dinyatakan dalam notasi himpunan ditulis sebagai $B = \{ \dots, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, \dots \}$ merupakan satu pokok bahasan di sekolah dasar. Dalam kurikulum 1994 SD, materi ini mulai diperkenalkan atau disampaikan kepada siswa di Kelas V semester I (pertama). Pengenalannya dimulai dari "mengetahui bilangan positif dan negatif, membaca dan menulis lambang negatif, mengenal lawan suatu bilangan, operasi bilangan bulat yang meliputi penjumlahan (menjumlahkan bilangan bulat positif dengan bilangan positif, menjumlahkan bilangan negatif dengan negatif, dan sebaliknya, serta menjumlahkan bilangan negatif dengan bilangan negatif) dan pengurangan (mengurangi bilangan positif dengan bilangan positif, mengurangi bilangan positif dengan bilangan negatif atau sebaliknya, dan mengurangi bilangan negatif dengan negatif). Sementara itu, operasi hitung perkalian dan pembagian beserta sifat-sifatnya diperkenalkan di Kelas I SMP.

Ketika menggunakan Kurikulum 2004, bilangan bulat diperkenalkan kepada siswa di Kelas IV semester I dan di Kelas V semester I. Pada kurikulum 2004, materi bilangan bulat untuk Kelas IV pembahasannya dimulai dengan penggunaan bilangan bulat negatif dalam masalah sehari-hari, bilangan bulat negatif dan positif, menuliskan bilangan bulat dalam kata-kata dan angka, mengurutkan bilangan

bulat, menentukan letak bilangan bulat pada garis bilangan, menentukan lawan suatu bilangan, membandingkan 2 bilangan bulat, penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menggunakan garis bilangan, dan menuliskan kalimat atau pernyataan pengurangan ke bentuk penjumlahan atau sebaliknya. Sementara itu, sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat, operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat, serta perkalian dan pembagian bilangan bulat diperkenalkan dan dibahas di Kelas V semester I.

Sementara itu, ketika KTSP (kurikulum tingkat satuan pendidikan) tahun 2006 digulirkan terjadi perubahan kebijakan kembali. Walaupun pengenalan bilangan bulat tetap diterapkan di Kelas IV dan Kelas V, namun dari sisi materi terjadi perubahan kembali. Pada Kelas IV, yang dibahas adalah: Bilangan bulat positif dan negatif, menunjukkan penerapan bilangan negatif dalam masalah sehari-hari, membilang lambang bilangan bulat, membandingkan 2 bilangan bulat, mengurutkan bilangan bulat, menentukan letak bilangan bulat pada garis bilangan, lawan suatu bilangan, serta operasi penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang melibatkan bilangan positif dan negatif, sedangkan operasi hitung perkalian dan pembagian bilangan bulat yang melibatkan bilangan bulat positif dan negatif, hitung campuran, serta sifat-sifat operasi hitung bilangan bulat diperkenalkan di Kelas V semester I.

Membelajarkan Bilangan Bulat

Bilangan bulat merupakan salah satu dari jenis bilangan yang ada, dan bilangan ini sendiri ada agar operasi hitung yang melibatkan operasi seperti $2 - 6$; $6 + \dots = 4$; $\dots + 8 = 7$; dan sebagainya mempunyai hasil. Selanjutnya, untuk menanamkan konsep-konsep yang ada pada bilangan bulat (mulai dari pengertian bilangan bulat itu sendiri sampai pada operasi hitung yang diperkenalkan) kepada siswa SD/MI, prinsipnya sama dengan membelajarkan matematika secara umum, yaitu menggunakan sarana alat bantu pembelajaran (alat peraga matematika). Namun demikian, untuk menanamkan pengertian bilangan bulat (terutama yang negatif), karena tidak ada benda konkret yang langsung dapat menggambarkan arti bilangan negatif, maka dapat digunakan pernyataan-pernyataan atau aktivitas kehidupan sehari-hari yang dikenal anak, yang merupakan bentuk aplikasi bilangan bulat negatif, seperti: enam derajat di bawah nol (yang menyatakan bilangan negatif 6), mengalami kerugian sebesar 50 rupiah (yang menyatakan bilangan negatif 50), 10 meter di bawah permukaan laut (yang menyatakan bilangan negatif 10), dan sebagainya.

Mengenalkan Konsep Operasi Hitung Bilangan Bulat

Untuk mengenalkan konsep operasi hitung pada bilangan bulat dapat dilakukan dengan 3 tahap menurut Piaget dalam Muhsetyo⁸, sebagai berikut:

1. Tahap pengenalan konsep secara konkret

Bilangan bulat mulai dikenalkan pada siswa SD Kelas IV, dalam kaitan mengenalkan bilangan bulat pada siswa harus disesuaikan dengan perkembangan mental anak yaitu pada tahap pengenalan awal siswa diberikan penjelasan dan penanaman konsep operasi hitung dalam hal ini penjumlahan dan pengurangan secara konkret yang kemudian dikembangkan menuju pemahaman yang abstrak.

Pada tahap pengenalan konsep secara konkret kita bisa menggunakan model peraga salah satunya adalah koin negatif, positif atau lebih dikenal dengan peraga manik-manik. Alat peraga ini dapat dibuat dari bahan styrofoam atau bahan kayu triplek yang dibentuk lingkaran kemudian dibagi menjadi 2 bagian, yaitu $\frac{1}{2}$ bagian sisi negatif dan $\frac{1}{2}$ bagian yang lain adalah sisi positif tiap sisi dibedakan dengan warna berbeda misal positif diberi warna kuning negatif diberi warna putih apabila kedua bagian negatif dan positif disatukan akan menjadi netral atau bernilai 0.

Contoh penggunaan peraga pada soal

$$5 + (-3) = \dots$$

Langkah :

- a. Ambil 5 bagian koin sisi positif
- b. Ambil 3 bagian negatif
- c. Kemudian gabungkan sisi positif dan negatif menjadi sebuah lingkaran
- d. Setelah terbentuk lingkaran penuh ternyata ada sisa bagian positif 2 buah

Kesimpulan :

$5 + (-3) = 2$ bernilai positif hal itu karena dari model peraga koin setelah setiap sisi positif dan negatif disatukan menjadi koin netral didapatkan sisa 2 koin bernilai positif.

2. Tahap pengenalan konsep secara semi konkret atau semi abstrak

Pada pengenalan semi konkret model peraga yang dipakai untuk menanamkan konsep bisa digunakan garis bilangan dengan menyepakati aturan permainan pada mistar bilangan untuk operasi hitung penjumlahan dan pengurangan.

- a) Dimulai dari nol menghadap ke kanan

- b) Bilangan :
 - Positif → maju
 - Negatif → mundur
 - Nol → diam (tidak bergerak)
- c) Operasi :
 - Tambah (plus) → Terus
 - Kurang → Berbalik arah

3. Tahap pengenalan konsep secara abstrak

Pada pengenalan konsep secara konkret dan semi konkret mempunyai keterbatasan yaitu jika operasi hitung menjangkau bilangan yang cukup besar maka akan mengalami hambatan dalam membuat garis bilangan, maka melalui proses abstrak mulai mengenalkan konsep ke siswa cara atau tahapan penyelesaian tanpa menggunakan alat bantu.

Tahapan-tahapan yang dapat dilakukan:

- a) Mengenalkan bahwa hasil dari operasi hitung bilangan bulat positif dengan positif akan menghasilkan bilangan positif
- b) Jumlah bilangan bulat positif dengan bilangan bulat negatif hasilnya dapat berupa bulat positif atau bilangan bulat negatif tergantung dari bilangan-bilangan yang dijumlahkan
- c) Jumlah dua bilangan bulat negatif dengan bilangan bulat negatif hasilnya adalah negatif

Permasalahan Dalam Pembelajaran Matematika Sd

Permasalahan pembelajaran matematika sejatinya bukan disebabkan oleh siswa, namun disebabkan oleh orang dewasa selaku guru, orang tua, orang-orang yang mengambil kebijakan seperti kepala sekolah, dinas pendidikan, hingga menteri sekalipun. Karena mereka berpikiran bahwa matematika adalah ilmu yang disusun secara deduksi yang bersifat abstrak. Ini merupakan bencana bagi siswa. Kemudian tujuan pendidikan yang mengacu kepada "ujian nasional oriented" ini juga menambah beban siswa. Ketidakpekaan orang dewasa inilah yang telah terjadi pada pembelajaran matematika sekarang. Pendidikan kita sekarang telah kehilangan intuisi karena para pendidik hanya memberi definisi-definisi yang masih bersifat abstrak bagi siswa. Misalnya matematika pada tingkat SD didefinisikan sebagai pengalaman, sebagai kegiatan dan dari pengalaman ini akan muncul intuisi siswa.

Pembelajaran matematika di SD memang penuh dengan masalah atau problematika. Menurut teori perkembangan kognitif, anak-anak pada usia SD/MI masih berada pada tingkat berpikir yang sederhana, terbatas pada hal-hal yang konkret. Sementara itu objek kajian dari matematika adalah bersifat abstrak. Lantas bagaimanakah cara untuk

membelajarkan sesuatu yang abstrak kepada siswa yang pemikirannya belum sampai untuk menangkap hal-hal yang abstrak tersebut? Selain itu, guru yang mengajar mata pelajaran matematika untuk SD/MI kebanyakan adalah guru kelas yang memiliki tugas untuk mengajar mata pelajaran yang lain. Tentu saja ia tidak tahu mendalam mengenai seluk-beluk matematika dan bagaimana cara membelajarkannya kepada anak. Tak jarang pula terjadi miskonsepsi atau salah konsep pada guru hingga kemudian ia menyampaikan sesuatu yang salah tersebut kepada siswanya. Pembelajaran matematika di SD/MI seharusnya dimulai dari hal-hal yang konkret berasaskan pada aktivitas atau kegiatan, namun realitanya bagaimana? Karena itulah, ini semua menjadi tugas dan tanggung jawab bagi para praktisi pendidikan dan kita sebagai mahasiswa calon pendidik untuk mencari penyelesaian permasalahan ini melalui inovasi-inovasi dalam pembelajaran matematika di SD/MI.

Permasalahan yang timbul dalam pembelajaran matematika SD/MI disebabkan oleh anak kurang latihan soal-soal matematika di luar sekolah (di rumah), sehingga anak mudah lupa apa yang sudah mereka kuasai tentang pembelajaran matematika, karena permasalahan di lingkungan lebih banyak yang menarik perhatian mereka, sehingga pelajaran kurang diperhatikan. Permasalahan pembelajaran matematika SD/MI juga dikarenakan 2 faktor, yaitu faktor internal dan faktor eksternal. Banyaknya pengaruh-pengaruh dari perkembangan teknologi seperti HP, PS, warnet dan alat-alat teknologi lainnya, sehingga anak lebih memilih bermain dibanding dengan belajar matematika.

Hal lain yang penting dalam pembelajaran matematika adalah mengkaitkan materi pembelajaran dengan lingkungan sekitar siswa atau lebih dikenal dengan pembelajaran kontekstual (*Contextual Learning*). Dengan demikian, anak dapat menggunakan operasi hitung dalam kehidupan sehari-hari. Pembelajaran yang kontekstual antara lain menggunakan soal cerita. Soal cerita dibuat dengan menggunakan lingkungan sekitar sebagai objek dalam membuat soal cerita. Misalnya daerah pantai menggunakan soal cerita menggunakan ikan, kerang, daerah pegunungan menggunakan buah-buahan dan sayuran.

Permasalahan Dalam Pembelajaran Operasi Bilangan Bulat

Beberapa permasalahan dalam pembelajaran bilangan bulat di SD khususnya yang menyangkut operasi hitung adalah sebagai berikut.

1. Materi bilangan bulat merupakan salah satu topik yang dianggap sulit. Hal ini dimungkinkan sebagai akibat dari konsep yang dipahami oleh siswa tentang bilangan bulat belum/tidak tepat. Permasalahan ini akan terus berlanjut pada penguasaan konsep mate-

matika yang lain, terutama yang terkait dengan operasi aljabar atau pemecahan masalah matematika yang melibatkan bilangan bulat. Dengan kata lain, penguasaan siswa terhadap operasi hitung bilangan bulat merupakan prasyarat bagi penguasaan kompetensi atau konsep lain dalam matematika.

2. Pembelajaran bersifat dogmatis. Guru kurang begitu paham bagaimana menanamkan pengertian agar tidak bersifat dogmatis dan abstrak. Pembelajaran yang baik adalah apabila terjadi perubahan pemahaman peserta didik secara sadar dan berimplikasi. Hal ini disebabkan oleh pembelajaran yang senantiasa berorientasi pada produk (hasil), bukan pada proses. Dengan demikian, siswa 'dipaksa' untuk menerima hasil akhir tanpa perlu tahu bagaimana hasil tersebut diperoleh atau bagaimana konsep tersebut dibangun. Penanaman konsep sangat penting, karena menjadi landasan pemahaman seorang siswa dalam penguasaan konsep yang lebih jauh lagi, seperti penurunan hasil atau produk yang lain.
3. Terpaku pada garis bilangan. Guru hanya mengetahui dan menggunakan garis bilangan saja sebagai media bantu dan tidak pernah menggunakan alat peraga lain untuk memperjelas pemahaman siswa terhadap konsep operasi hitung bilangan bulat. Alat peraga lain yang dapat digunakan adalah kartu bertanda, manik-manik atau bentuk setengah lingkaran.
4. Penggunaan garis bilangan yang prinsip kerjanya "tidak konsisten". Banyak persoalan yang muncul pada sistem bilangan bulat bagi siswa SD Kelas IV dan V, misalkan pada waktu mereka akan melakukan operasi hitung seperti : $5 + (-8)$; $(-7) + 9$; $(-5) + (-8)$; $2 - 7$; $(-2) - (-7)$; dan sebagainya. Persoalan yang muncul dalam kaitannya dengan soal-soal seperti itu antara lain bagaimana memberikan penjelasan dan menanamkan pengertian operasi tersebut secara semi konkret (salah satunya menggunakan garis bilangan).

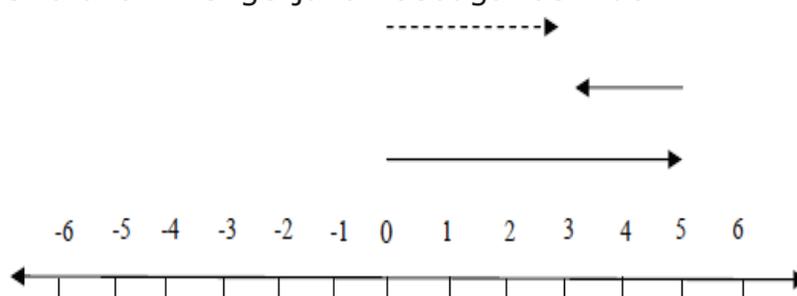
Berdasarkan pengamatan di lapangan, masih banyak guru yang mengajarkannya dengan tidak memperhatikan secara benar prinsip-prinsip kerja dari garis bilangan. Hal ini bisa dikarenakan kurangnya pemahaman guru secara holistik tentang operasi bilangan, atau mereka hanya berpedoman dari beberapa buku ajar yang di dalamnya masih banyak memuat kesalahan.

Mereka beranggapan bahwa peragaan dengan garis bilangan selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah. Padahal tidaklah demikian, pangkal panah pun bisa berfungsi sebagai penunjuk hasil operasi hitung. Penyampaian yang dilakukan seperti

prinsip di atas memang tidak selalu salah, tetapi kalau penggunaan garis bilangan selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah, maka kita akan kesulitan untuk memperagakan bentuk-bentuk operasi hitung seperti: $3 - (-7)$; $(-3) - (-7)$ dan sebagainya. Kesalahan selanjutnya adalah mereka mengubah bentuk $3 - 7$ menjadi $3 + (-7)$.

Penelitian yang dilakukan oleh Eni Titikusumawati terhadap 32 orang sampel yang sedang mempelajari matematika konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menggunakan media garis bilangan, menunjukkan bahwa dari 8 jenis soal penjumlahan dan pengurangan yang diselesaikan menggunakan media garis bilangan, tidak ada satupun jawaban dijawab dengan benar. Fakta yang terjadi, jawaban akhirnya benar, tetapi prosedur penyelesaian masalahnya salah. Responden memberikan *Certainty of Response Index* (CRI)⁹ 4 untuk jenis soal $a + b$, $a + (-b)$, $-a + b$, $-a + (-b)$, dan $a - b$, karena merasa yakin bahwa jawabannya benar dan yakin¹⁰ bahwa prosedur penyelesaiannya juga benar walaupun sebenarnya tidak paham bahwa prosedur yang digunakan salah karena mereka tidak memahami konsep penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat menggunakan media garis bilangan yang benar. Responden yang seperti ini masuk dalam kategori mahasiswa yang mengalami miskonsepsi¹¹.

Eni Titikusumawati juga menyatakan bahwa terdapat sebanyak 30,85% responden yang mengalami miskonsepsi. Salah satu miskonsepsi yang dimaksud adalah penggunaan garis bilangan yang prinsipnya tidak konsisten. Sebagai contoh, penyelesaian terhadap soal $5 - 2$ Kebanyakan siswa akan mengerjakan sebagai berikut.



Gambar Ilustrasi penyelesaian operasi $5 - 2$.

Peragaan yang dilakukan seperti pada gambar banyak ditemui di buku-buku SD, yaitu selalu berorientasi pada hasil yang ditunjukkan oleh ujung anak panah¹². Padahal tidaklah demikian, pangkal panah pun dapat berfungsi sebagai penunjuk hasil dari sebuah operasi hitung aljabar. Prinsip kerja menggunakan garis bilangan seperti gambar di atas memang tidak sepenuhnya salah. Artinya, dengan langkah seperti

itupun toh telah menunjukkan hasil yang benar dari sebuah operasi pengurangan $5-2=3$.

Prinsip kerja seperti Gambar 1 hanya menggunakan arah kiri dan arah kanan saja, dan orientasi hasil selalu tertuju pada ujung anak panah. Orientasi hasil yang selalu tertuju pada ujung anak panah tersebut akan menemui masalah jika menemui soal pengurangan berbentuk $5 - (-2)$; $-5 - (-2)$; $-5 - 2$, dan sebagainya. Beberapa faktor yang dimungkinkan menjadi penyebab/alasan kesalahan tersebut dilakukan adalah

- a. Buku-buku paket yang relevan tidak membahas secara benar dan detail tentang penggunaan garis bilangan untuk operasi pengurangan; dan
- b. Guru-guru mereka dahulu tidak pernah memberikan contoh penggunaan garis bilangan untuk bentuk $a - b$, dengan $a < 0$ dan $b < 0$ (a dan b bilangan negatif). Kalaupun ada, bentuk operasinya telah diubah terlebih dahulu berdasarkan konsep pengurangannya¹³, bahwa $a - b = a + (-b)$ atau $a - (-b) = a + b$. Hal ini tentu tidak menyelesaikan masalah, karena guru tetap tidak dapat menjawab "kenapa mesti jadi seperti itu dan bagaimana menunjukkan letak kesamaannya?", dan juga menutupi proses sebenarnya dari bentuk operasi di atas.

Umumnya siswa menginginkan suatu konsep yang dapat diperlihatkan atau digambarkan secara nyata sedangkan yang dilakukan oleh buku atau guru tersebut hanyalah manipulasi agar kesalahan tersebut dapat disamarkan, toh hasil pengurangannya benar.

Uraian di atas, dapat disimpulkan mengenai bentuk-bentuk ketidakkonsistenan penggunaan alat peraga yang dimaksud sebagai berikut:

- a. Guru mengalami kesulitan pula ketika menjelaskan operasi hitung yang berbentuk $a - (-b)$ dan cara menggambarkannya ke dalam garis bilangan agar mudah diterima siswa (kelas IV dan V)
- b. Untuk menggambarkan operasi hitung yang berbentuk $a - b$ dan $a - (-b)$ ke dalam garis bilangan guru selalu mengubahnya terlebih dahulu ke dalam bentuk $a + (-b)$ untuk bentuk $a - b$ dan $a + b$ untuk bentuk $a - (-b)$.
- c. Tidak dapat membedakan bagaimana proses menggambarkan operasi hitung yang berbentuk $a + (-b)$ dengan $a - b$ atau $a - (-b)$ dengan $a + b$ pada garis bilangan
- d. Operasi hitung yang berbentuk $a - b$ dan $a - (-b)$ selalu diubah terlebih dahulu ke dalam bentuk $a + (-b)$ untuk bentuk $a - b$ dan $a + b$ untuk bentuk $a - (-b)$

- e. Pembelajaran menggunakan pendekatan abstrak
- f. Bilangan bulat disampaikan guru kepada siswa dengan pendekatan yang abstrak, padahal pola berpikir siswa Kelas IV dan 5 masih berada pada taraf operasi (berpikir) konkret.
- g. Buku pelajaran yang juga tidak konsisten
- h. Pengamatan terhadap buku-buku pelajaran matematika yang beredar di sekolah yang terkait dengan materi bilangan bulat, ternyata pengemasan materi yang disajikan tidak mendukung guru untuk menyampaikan konsep secara baik dan konsisten.
- i. Siswa kurang paham menyiasati beberapa bentuk operasi hitung bilangan bulat
- j. Dari sisi siswa, ketika siswa dihadapkan pada soal-soal campuran yang berbentuk seperti $-15 - (-27) + 12$, siswa kurang begitu paham bagaimana seharusnya menyiasati bentuk-bentuk soal yang seperti itu yang kerap disajikan dalam buku paket sebagai latihan. Kalaupun siswa berusaha untuk menjawabnya, siswa tersebut tidak begitu yakin apakah jawabannya benar atau salah.
- k. Salah penafsiran bentuk $a + (-b)$ sebagai $a - b$ atau bentuk $a - (-b)$ sebagai bentuk $a + b$

Permasalahan lain yang sering muncul pada pembelajaran operasi hitung bilangan bulat adalah ketika bertemu operasi yang berbentuk $a + (-b)$ dan $a - (-b)$. Pada pengerjaan soal yang berbentuk $a + (-b)$ atau pada soal $a - (-b)$, penulisan $\dots + (-\dots)$ banyak ditafsirkan sebagai bentuk perkalian antara positif dan negatif dan bentuk $\dots - (-\dots)$ ditafsirkan sebagai bentuk perkalian antara negatif dengan negatif. Inilah bentuk kesalahan yang dilakukan dalam pembelajaran. Lalu, bagaimana penafsiran yang benar? Berikut ini penjelasannya.

Sesuai dengan definisi eksistensi elemen inversi operasi penjumlahan pada bilangan bulat, maka bentuk $a + (-b)$ tidak didefinisikan sebagai $a - b$. Akan tetapi, untuk sebarang bilangan bulat a dan b berlaku,

$$a - b = a + (-b)$$

Kita perlu menjelaskan bahwa kedua operasi ini tidak sama. Oleh karena itu, tidak bisa langsung menyebutkan bahwa kedua operasi ini memiliki definisi yang sama (atau dalam hal ini ekuivalen). Untuk $a + (-b) = c$ bermakna bahwa penjumlahan bilangan a dan $(-b)$ memberikan hasil c . Sementara operasi $a - b = c$ bermakna bahwa $a = b + c$. Jadi, jika $a - b = a + (-b)$ maka $a = b + a + (-b)$. Dengan menggunakan sifat komutatif menjadi $a = b + (-b) + a$. Kemudian diterapkan sifat asosiatif dan sifat elemen invers

operasi penjumlahan pada bilangan bulat, diperoleh $a = [b + (-b)] + a = 0 + a$. Karena $a + 0 = 0 + a$ untuk semua bilangan bulat a , maka $a = a$.

- l. Tidak dapat membedakan tanda $-$ atau $+$ sebagai operasi hitung dengan tanda $-$ atau $+$ sebagai jenis suatu bilangan. Sering kali guru tertukar menyebutkan tanda $-$ sebagai kurang (minus) dan negatif, juga tanda $+$ sebagai tambah (plus) dan positif. Misalnya untuk bentuk " $4 + (-8)$ " dengan membacanya "empat plus min delapan", padahal bentuk " $4 + (-8)$ " seharusnya dibaca "empat ditambah negatif delapan". Jadi, kalau tanda $-$ atau $+$ berfungsi sebagai operasi hitung, maka harus dibaca minus atau min atau kurang untuk tanda $-$ dan plus atau tambah untuk tanda $+$. Di lain pihak tanda $-$ atau $+$ ditempatkan sebagai jenis suatu bilangan, maka harus dibaca "negatif" untuk tanda $-$ dan "positif" untuk tanda $+$.
- m. Mengurang dengan cara meminjam. Dalam pembelajaran matematika di kelas, guru biasanya mengajarkan pengurangan ber-susun dan menggunakan istilah "pinjam" atau "hutang". Hal ini tanpa disadari mengajari siswa untuk "berhutang" dan "meminjam". Terdapat alternatif yang dapat dilakukan oleh guru agar tidak mengajari siswa untuk "meminjam", yaitu memberi atau bersedekah.

Perhatikan contoh berikut.

$$1. \quad 43 - 7 = \dots?$$

$$\begin{array}{r} 43 \\ - 7 \\ \hline \end{array} = (43 + 3) - (7 + 3) \text{ [Kedua bilangan diberi 3]}$$

$$= 46 - 10$$

$$= 36$$

$$2. \quad 102 - 89 = \dots?$$

$$\begin{array}{r} 102 \\ - 89 \\ \hline \end{array} = (102 + 1) - (89 + 1) \text{ [Kedua bilangan diberi 1]}$$

$$= 103 - 90$$

$$= 13$$

Atau

$$\begin{aligned} 102 & - & = & (102 + 11) - (89 + 11) \text{ [Kedua bilangan diberi} \\ 89 & & & 11] \\ & & = & 113 - 100 \\ & & = & 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 3. \quad 2000 - 789 & = \dots? \\ 2000 & - & = & (2000 + 11) - (789 + 11) \text{ [Kedua bilangan} \\ 789 & & & \text{diberi 11]} \\ & & = & 2011 - 800 \\ & & = & 1211 \end{aligned}$$

Pemecahan Masalah Pembelajaran Bilangan Bulat

Berdasarkan permasalahan di atas, kiranya perlu untuk dilakukan kajian atau analisis lebih dalam guna mencari solusi bagaimana seharusnya mengembangkan model pembelajaran bilangan bulat yang memudahkan bagi guru untuk menanamkan konsep kepada siswa (khususnya siswa Kelas IV), mulai dari pengertian sampai kepada operasi hitung penjumlahan dan pengurangan bilangan bulat yang melibatkan bilangan positif dan negatif. Untuk memecahkan problematika pembelajaran tersebut maka guru perlu menggunakan, media, dan pendekatan pembelajaran yang sesuai dengan materi yang digunakan dalam pembelajaran. Secara lebih rinci untuk mengatasi permasalahan tersebut adalah sebagai berikut.

1. Menggunakan media benda konkret.

Menurut Dienes (dalam E. T. Ruseffendi) dikatakan bahwa setiap konsep atau prinsip matematika dapat dimengerti secara sempurna hanya jika pertama-tama disajikan kepada peserta didik dalam bentuk-bentuk konkret¹⁴. Mengapa menggunakan media yang konkret untuk penanaman konsep pengurangan? Sebab dalam usia siswa SD kelas rendah (7-9 tahun) tahap pemikiran anak adalah tahap pemikiran konkret. Dalam tahapan pemikiran konkret ini proses pembelajarannya memerlukan media berupa benda-benda konkret, misalnya menggunakan kelereng, biji-bijian, buah-buahan dan lainnya. Dengan pembelajaran pengurangan menggunakan media konkret ini anak tahu proses pengurangan secara lebih bermakna. Menurut Piaget pada usia siswa SD kelas rendah perkembangan intelektualnya pada tahap operasional konkret, yang pengembangan pemikirannya masih secara logis.

2. Menggunakan gambar benda konkret.

Melambangkan nilai bilangan dengan gambar benda konkret sehingga siswa dapat melakukan operasi matematika yang mengandung bilangan pengurang yang lebih besar.

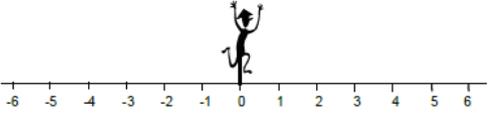
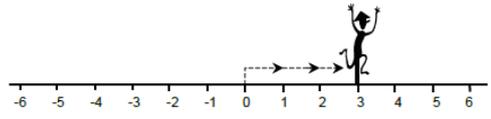
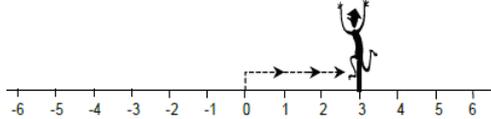
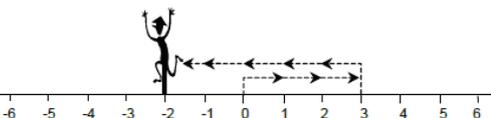
3. Menggunakan alat peraga manipulatif

Gatot Muhsetyo mengusulkan penggunaan alat peraga manipulatif yang dapat digunakan untuk meminimalisir ketidakkonsistennan garis bilangan, yaitu balok garis bilangan yang merupakan modifikasi dari alat peraga pita garis bilangan dan tangga garis bilangan dan manik-manik.

Menurut Gatot Muhsetyo, alat peraga bilangan bulat ini berbeda dengan yang biasa digunakan guru. Prinsip kerja alat peraga yang akan digunakan tersebut selalu "konsisten", sehingga dapat digunakan untuk menentukan hasil dari berbagai operasi hitung pada bilangan bulat.

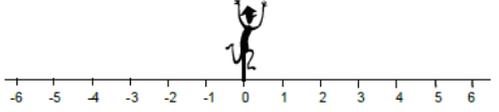
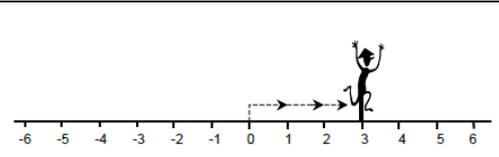
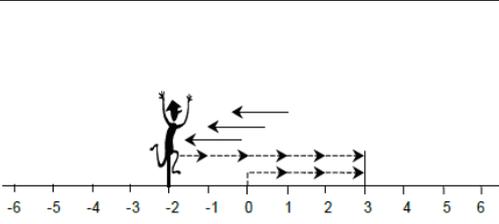
Untuk menentukan hasil dari operasi bilangan bulat jika peraganya menggunakan garis bilangan, bilangan yang ditunjuk sebagai hasil tidak selalu berorientasi pada ujung anak panah, pangkal panah pun dapat digunakan sebagai penunjuk hasil¹⁵. Sebagai contoh, perhatikan peragaan berikut.

$$3 + (-5) = \dots?$$

1	Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif	
2	Langkahkan model tersebut satu langkah demi satu langkah maju dari angka 0 sebanyak 3 skala. Hal ini untuk menunjukkan bilangan pertama dari operasi tersebut, yaitu positif 3.	
3	Karena bilangan penjumlahannya merupakan bilangan negatif, maka pada skala 3 tersebut posisi muka model harus dihadapkan ke bilangan negatif.	
4	Karena operasi hitungnya berkenaan dengan penjumlahan, yaitu oleh bilangan (-5) berarti model tersebut harus dilangkahkan maju dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala.	

Posisi terakhir dari model pada langkah 4 di atas terletak pada skala -2 , dan ini menunjukkan hasil dari $3 + (-5)$. Jadi, $3 + (-5) = -2$.

$$3 - 5 = \dots?$$

1	Tempatkan model pada skala nol dan menghadap ke bilangan positif	
2	Langkahkan model tersebut satu langkah demi satu langkah maju dari angka 0 sebanyak 3 skala (untuk menunjukkan bilangan pertama, positif 3)	
3	Karena operasi hitungnya berkenaan dengan pengurangan, maka langkahkan model tersebut mundur dari angka 3 satu langkah demi satu langkah sebanyak 5 skala dengan posisi muka model tetap menghadap ke bilangan positif	

Posisi terakhir dari model pada langkah 3 tersebut terletak pada skala -2 , dan ini menunjukkan hasil dari $3 - 5$. Jadi, $3 - 5 = -2$. Kedua peragaan garis bilangan tersebut memperlihatkan dengan jelas, bahwa terdapat proses yang berbeda untuk menunjukkan hasil dari $3 + (-5)$ dan $3 - 5$. Peragaan garis bilangan untuk bentuk $3 + (-5)$ hasilnya ditunjukkan oleh **ujung anak panah**, sedangkan bentuk operasi $3 - 5$ hasilnya ditunjukkan oleh **ujung pangkal panah**.

Penggunaan balok garis bilangan dengan penekanan pada prinsip kerja yang konsisten seperti itu dapat memberi gambaran bagaimana seharusnya menggunakan garis bilangan untuk menyelesaikan operasi hitung bilangan bulat dalam tahap pendekatan proses berpikir semiabstrak sebelum sampai pada tahap penyampaian konsep yang bersifat abstrak.

4. Menyisipkan bentuk kegiatan bermain melalui pendekatan permainan dalam proses pembelajaran

Menurut Dienes (dalam E. T. Rusefendi), tiap-tiap konsep atau prinsip dalam matematika yang disajikan dalam bentuk konkret, akan dapat dipahami dengan baik oleh siswa. Jika benda atau objek konkret tersebut disajikan dalam bentuk permainan yang interaktif, maka akan sangat berperan bila benda atau objek konkret tersebut dimanipulasi dengan baik dalam pembelajaran

matematika. Lebih lanjut Dienes mengemukakan bahwa perkembangan konsep matematika menurut teori belajarnya dapat dicapai melalui pola berkelanjutan, yang setiap seri dalam rangkaian kegiatan belajarnya berjalan dari yang konkret ke simbolik melalui tahap-tahap belajar. Tahap belajar yang dimaksud di sini adalah interaksi yang direncanakan antara satu segmen struktur pengetahuan dan belajar aktif yang dilakukan melalui media pembelajaran matematika yang didisain secara khusus.

Masih menurut Dienes bahwa permainan matematika sangat penting, sebab operasi matematika dalam permainan tersebut menunjukkan aturan secara konkret dan lebih membimbing serta menajamkan pengertian matematika pada anak didik. Lebih lanjut dikatakan bahwa objek-objek konkret dalam bentuk permainan mempunyai peranan yang sangat penting dalam pembelajaran matematika jika dimanipulasi dengan baik¹⁶.

Lebih lanjut Dienes (dalam E. T. Ruseffendi) mengatakan bahwa konsep-konsep matematika akan berhasil dipahami siswa jika dipelajari dalam 6 (enam) tahap berikut: 1) Permainan bebas (*free play*); 2) Permainan yang disertai aturan (*games*); 3) Permainan kesamaan sifat (*Searching for communities*); 4) Representasi (*representation*); 5) Simbolisasi (*symbolization*); dan 6) Formalisasi (*formalization*)¹⁷.

Kesimpulan

Bilangan bulat merupakan salah satu konsep dalam matematika yang dikeluhkan oleh para guru SD sebagai konsep yang sulit untuk disampaikan kepada siswa terutama tentang bilangan negatif dan operasi pengurangan bilangan bulat. Beberapa permasalahan yang muncul dalam pembelajaran operasi hitung bilangan bulat di antaranya adalah 1) Materi bilangan bulat merupakan salah satu topik yang dianggap sulit; 2) Pembelajaran bersifat dogmatis; 3) Terpaku pada garis bilangan; 4) Penggunaan garis bilangan yang prinsip kerjanya "tidak konsisten"; 5) Pembelajaran menggunakan pendekatan abstrak; 6) Buku pelajaran yang juga tidak konsisten; 7) Siswa kurang paham menyiasati beberapa bentuk operasi hitung bilangan bulat; 8) Salah penafsiran bentuk $a + (-b)$ sebagai $a - b$ atau bentuk $a - (-b)$ sebagai bentuk $a + b$; 9) Tidak dapat membedakan tanda $-$ atau $+$ sebagai operasi hitung dengan tanda $-$ atau $+$ sebagai jenis suatu bilangan; dan 10) Mengurang dengan cara meminjam. Sementara itu, beberapa upaya yang dapat dilakukan untuk mengatasi permasalahan di atas adalah sebagai berikut: 1) menggunakan benda konkret; 2) menggunakan gambar benda konkret; 3) menggunakan alat peraga manipulatif yang lebih konsisten; 4) Menyisipkan bentuk kegiatan bermain

melalui pendekatan permainan dalam proses pembelajaran; 5) melakukan pengurangan dengan teknik memberi bukan meminjam/hutang.

Catatan Akhir

- ¹ Dosen tetap Jurusan PGMI Fakultas Tarbiyah dan Keguruan IAIN Sultan Maulana Hasanuddin Banten khaeroni@iainbanten.ac.id
- ² Khaeroni, *Peningkatan Pemahaman Bilangan Bulat Menggunakan Alat Peraga pada Siswa Kelas V SD*, Jurnal Primary Vol. 03 No. 2, 2011, p. 152.
- ³ Khaeroni, *Model Pembelajaran Type TGT pada Operasi Bilangan Bulat*, Jurnal Primary Vol. 03 No. 1, 2011, pp. 67 - 68.
- ⁴ Masnur Muslich, *KTSP Pembelajaran Kompetensi dan Kontekstual*, (Jakarta: Bumi Aksara, 2007), p. 29.
- ⁵ Pandoyo, *Strategi Belajar Mengajar*, (Semarang: IKIP Semarang Press, 1997), p. 1.
- ⁶ E. T. Ruseffendi, *Pengajaran Matematika - CBSA*, (Bandung: Tarsito, 1991), p. 157.
- ⁷ Eko Wahyu Wibowo, *Alat Peraga Operasi Perkalian Model Garis sebagai Media Pembelajaran Matematika pada Siswa SD Kelas Rendah*, Jurnal Primary Vol. 03 No. 02, 2011, p. 222.
- ⁸ Gatot Muhsetyo, *et. al. Pembelajaran Matematika SD*. (Jakarta: Universitas Terbuka, 2009), p. 3.11.
- ⁹ CRI adalah ukuran tingkat keyakinan/kepastian responden dalam menjawab setiap pertanyaan (soal) yang diselesaikan. Perhitungan CRI didasarkan pada skala mulai dari nol (0) sampai dengan skala lima (5) seperti dikemukakan oleh Saleem Hasan (1999).
- ¹⁰ S. Bagayo Hasan, *et. al.* 1999. *Misconception and The Certainty of Response Index*. Journal of Physics Educations, Vol. 9 No. 34. pp. 294-299.
- ¹¹ Eni Titikusumawati, *Analisis Miskonsepsi terhadap Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat menggunakan Garis Bilangan pada Mahasiswa STAIN Salatiga*, Prosiding Pendidikan Sains Seminar Nasional Pendidikan Sains IV (SNPS IV 2014) Vol 1, No 1 (2014)
- ¹² Gatot Muhsetyo, *et. al.*, *Pembelajaran Matematika SD*, (Jakarta: Universitas Terbuka, 2009), p. 3.12.
- ¹³ *idem*.
- ¹⁴ E. T. Ruseffendi, *Pengajaran Matematika - CBSA*, (Bandung: Tarsito, 1991), p. 133
- ¹⁵ Gatot Muhsetyo, *et. al. Pembelajaran Matematika SD*. (Jakarta: Universitas Terbuka, 2009), p. 3.12.
- ¹⁶ E. T. Ruseffendi, *Pengajaran Matematika - CBSA*, p. 156
- ¹⁷ E. T. Ruseffendi, p. 165.

Daftar Pustaka

- Eko Wahyu Wibowo. 2011. *Alat Peraga Operasi Perkalian Model Garis sebagai Media Pembelajaran Matematika pada Siswa SD Kelas Rendah*. Jurnal Primary, Vol. 03 No. 02.
- Hasan, S. Bagayo, D. And Kelly, E.L. 1999. *Misconception and The Certainty of Response Index*. Journal of Physics Educations, Vol. 9 No. 34.
- Ruseffendi, E. T.. 1991. *Pengajaran Matematika - CBSA*. Bandung: Tarsito.
- Hudojo, H. 1998. *Mengajar Belajar Matematika*. Jakarta: Depdikbud.

-
- Khaeroni. 2011. *Model Pembelajaran Type TGT pada Operasi Bilangan Bulat*, Jurnal Primary Vol. 03 No. 1.
- Khaeroni. 2011. *Peningkatan Pemahaman Bilangan Bulat Menggunakan Alat Peraga pada Siswa Kelas V SD*. Jurnal Primary Vol. 03 No. 2.
- Muslich, Masnur. 2007. *KTSP Pembelajaran Kompetensi dan Kontekstual*. Jakarta: Bumi Aksara.
- Muhsetyo, Gatot., et. al. 2009. *Pembelajaran Matematika SD*. Jakarta: Universitas Terbuka.
- Pandoyo. 1997. *Strategi Belajar Mengajar*. Semarang: IKIP Semarang Press.
- Titikusumawati, Eni. 2014. *Analisis Miskonsepsi terhadap Operasi Penjumlahan dan Pengurangan Bilangan Bulat menggunakan Garis Bilangan pada Mahasiswa STAIN Salatiga*. Prosiding Pendidikan Sains Seminar Nasional Pendidikan Sains IV (SNPS IV 2014), Vol. 1 No 1.

